УДК 372.851, 372.853
DOI: 10.54835/18102883_2025_38_17

ИНТЕГРАЛ «ЖИВОЙ СИЛЫ» И ПОНИЖЕНИЕ ПОРЯДКА ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ: МЕТОДИЧЕСКАЯ ПАРАЛЛЕЛЬ МЕЖДУ ТЕМАМИ КУРСОВ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

Татьяна Рудольфовна Степанова,
кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры физики,
stepanova_tr@spbstu.ru

Мария Романовна Бортковская,
кандидат физико-математических наук, доцент,
доцент кафедры высшей математики,
mbort@mail.ru

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Россия, 195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

Аннотация. Рассматривается обоснование взаимосвязи второго закона Ньютона и закона сохранения энергии в простейшем случае прямолинейного движения материальной точки под действием переменной силы. Математическое обоснование этой взаимосвязи сопоставляется с приемом понижения порядка дифференциального уравнения, которым овладевают студенты физических и инженерно-технических направлений обучения на занятиях математикой. Предварительно анализируются современные научно-методические публикации, подтверждающие актуальность разработки методик сопряжения учебных дисциплин – физики и математики. ***Целью*** исследования является приведение в соответствие приемов и обозначений, применяемых обычно на практических занятиях по математике при решении дифференциальных уравнений с помощью понижения порядка, и тех математических фактов и обозначений, которые возникают на соответствующих лекциях по физике; иллюстрация обсуждаемой методической идеи конкретным учебным материалом. ***Новизна:*** построена методическая параллель между темами из курса физики и курса математики, взаимосвязь которых обычно не демонстрируется явно на занятиях и важна для понимания общей взаимосвязи дисциплин. ***Методология и методы исследования:*** анализ научно-методических публикаций по теме сопряжения курсов физики и математики для студентов физических и инженерно-технических направлений обучения; соотнесение фрагмента курса физики и темы практических занятий по математике; непосредственный анализ методики установления в учебном процессе взаимосвязи смежных дисциплин на примере параллельного изложения теории (физика) и решения задачи (математика). ***Результаты.*** Проведенный анализ современных научно-методических публикаций показал: преподаватели физики отмечают, во-первых, сложности при овладении студентами необходимым для изучения физики математическим аппаратом, и, во-вторых, слишком большую формализацию в преподавании математических дисциплин и их оторванность от естественнонаучной сути физики. Построена методическая параллель курсов физики и математики для студентов физических и инженерных направлений; она проиллюстрирована примером изложения конкретного учебного материала. Продемонстрирован методический подход, который может применяться как на занятиях по физике с целью показать, как именно факты из курса математики используются для объяснения связи физических законов между собой, так и на занятиях по математике – ссылка на использование в физике изучаемой темы повышает мотивацию и акцентирует внимание студентов на этой теме. Демонстрация методики сопряжения курсов физики и математики на конкретном учебном материале – шаг к дальнейшему развитию этой методики в целом.

Ключевые слова: математика в курсе физики, сопряжение учебных дисциплин, второй закон Ньютона, закон сохранения энергии, обыкновенное дифференциальное уравнение, понижение порядка дифференциального уравнения, интеграл «живой силы»

Введение

Данная статья посвящена описанию методической параллели между одной из тем курса физики и приемом решения дифференциального уравнения, изучаемым в курсе математики (либо математического анализа, либо обыкновенных дифференциальных уравнений). Статья возникла в результате сотрудничества авторов – преподавателя физики и преподавателя математики, которые уже много раз сталкивались с типичными проблемами образовательного процесса, возникающими при обучении физике и математике, особенно студентов-физиков и инженеров, то есть обучающихся на инженерно-технических направлениях. Считать эти проблемы типичными позволяет не только наш собственный опыт, но и анализ научно-методических работ наших коллег. Так, прослеживая «эволюцию курса общей физики», Н.М. Кожевников отмечает всё большую формализацию преподавания математики, в том числе и в рамках курса физики, при введении необходимого математического аппарата, который во многих случаях воспринимается студентами в отрыве от эксперимента, от естественнонаучной сути физики [1]. В работе [2] сама постановка вопроса: «Какой математике обучать студентов естественнонаучных специальностей», уже говорит о том, что не только отбор материала, но и способ его изложения вызывает раздумья и представляется дискуссионным. Также сложностям обучения математическим навыкам студентов-физиков посвящена работа [3]: отношение студента-физика к математическому результату (вычислению, формуле, найденному «ответу») должно сформироваться в процессе обучения адекватно его будущим профессиональным задачам, но это часто оказывается сложным, студентам трудно привить критичный и разумно-неформальный подход к математическим фактам и выкладкам. Преподаватели физики отмечают снижение уровня подготовки именно по физике студентов младших курсов инженерно-технических направлений обучения; в связи с чем, даже имея достаточную базу математических знаний, такие студенты затрудняются связать эти знания с новыми для них фактами из курса физики, несмотря на усилия преподавателей [4]. Автор работы [4] предлагает факультативные занятия, дополняющие, а не дублирующие основной курс. К этому мы вернемся в конце статьи. Работы [1–4] написаны в период с 2004 по 2023 гг. и показывают, что в последние два десятилетия проблема создания прочной взаимосвязи курсов физики и математики стоит очень остро. В иностранных научных журналах также можно встретить статьи, в которых авторы описывают сложности освоения учащимися физики и математики и выстраивают современные методические подходы к преподаванию комплекса точных наук: например, [5] – о преподавании физики и математики старшеклассникам, [6] – о взаимосвязи физики и математики в высшем образовании, с опорой на интуитивно сформировавшиеся представления студентов о научном мышлении. Судя по этим статьям, современные проблемы преподавания математики и физики сходны в разных странах.

Заметим, что, в частности, методические вопросы преподавания именно классической механики, которые затрагивает наша статья, важны в решении общих методических проблем курса физики хотя бы потому, что именно с этим разделом студенты встречаются в начале обучения в вузе. Этим вопросам посвящена докторская диссертация [7]. Косвенно свидетельствует о полезности их обсуждения и статья [8]: она посвящена философскому осмыслению классической механики, то есть этот раздел физики можно воспринимать вовсе не как нечто очень известное и рутинное.

Конечно, существуют как отличные учебники классической механики, например, [9, 10], где уделяется большое внимание математической составляющей предмета и математика становится естественным языком его изложения, так и отличные учебники математики, в частности по дифференциальным уравнениям, например, [11, 12], насыщенные примерами из физики и, в том числе, из механики. Но, к сожалению, не у всех студентов есть навык чтения учебников, и хотя бы поэтому рассмотренный в нашей статье пример может стать полезной иллюстрацией попыток в реальном учебном процессе справиться с разрывом между математикой и физикой.

Аргументом в пользу того, что подробно разбирать на занятиях даже простые уравнения классической механики оправданно, служат работы [13, 14]. В статье [13] показано, как сложный математический аппарат современной физики и динамического моделирования вырастает из задач классической механики. Поэтому, начиная с простейших примеров, важно прививать студентам хорошее понимание математических методов физики: это необходимо для их профессионального роста в дальнейшем. В книге [14] показаны методы интегрирования (отыскания точных решений) дифференциальных уравнений, необходимые для различных приложений, например, в нелинейных задачах физики (физика пограничного слоя). И здесь можно сказать, что начать придется с базовых простейших типов обыкновенных дифференциальных уравнений, которые встретятся студентам в начале курса физики.

В примере, рассмотренном в статье, упоминается «интеграл живой силы» – название очень старое, историческое. Нам представляется, что на занятиях со студентами небольшие, как бы невзначай, экскурсы в историю науки, если только они дозированы так, что не затемняют сути, могут помочь сфокусировать внимание студентов на изучаемом материале. В связи с этим хочется обратить внимание на статью [15] – обзор истории классической механики с древности до наших дней на пяти страницах, и на статью [16], где дан столь же краткий справочный материал о развитии классической и прикладной механики в нашей стране.

Прежде чем перейти к основной части нашей работы – описанию параллели между темой из курса физики и темой из курса математики и разбором иллюстрирующего эту параллель примером решения задачи, отметим, что в Санкт-Петербургском Политехническом университете, где преподают авторы статьи, работа по сопряжению курсов физики и математики ведется уже не один год, несмотря на все трудности этого процесса, названные выше. Эта работа состоит из практической реализации взаимосвязи курсов на занятиях и из создания корпуса методических и научно-методических пособий и статей. Мы, авторы статьи, принимаем участие в этой работе ([17–20]) и можем отметить, что рассмотрение различных тем математики и физики в «связке» помогает нам как преподавателям более глубоко и «незашоренно» воспринимать свой предмет.

Пример проведения межпредметной параллели курсов физики и математики

Рассмотрим преобразование дифференциального уравнения, выражающего второй закон Ньютона, которое приводится к уравнению сохранения энергии для случая простейшего механического движения материальной точки. Сравним рассмотренное преобразование уравнения с методом, позволяющим решать обыкновенное дифференциальное уравнение определенного вида с помощью замены искомой функции и независимой переменной, понижая порядок уравнения.

В общем курсе физики рассматривается простейший случай механического движения – материальная точка массы m движется без трения по прямой вдоль оси x, $x(t)$ – пройденное за время t расстояние; движение происходит под действием силы $f(x)$. При рассмотрении такого движения часто используют следующее рассуждение. Обозначим $u(x) = u(x(t))$ потенциальную энергию материальной точки в момент времени t (когда ее координата равна $x = x(t)$). Производные по времени обозначаем точками. Знаем, что $v = \dot{x}, a = \dot{v} = \ddot{x}$ – с корость и ускорение точки и что $f(x) = -\dfrac{du}{dx}$. Запишем второй закон Ньютона $m \cdot \ddot{x} = f(x)$ в виде

$$m \cdot \dot{v} = -\frac{du}{dx}. \qquad (1)$$

Отсюда получаем $m \cdot \dot{v}dx = -du$, то есть $m\dot{v} \cdot vdt = -du$, поскольку $dx = \dot{x}dt = vdt$. Таким образом, поскольку $\dot{v}dt = dv$, второй закон Ньютона можно записать в виде

$$mvdv = -du. \qquad (2)$$

При получении формулы (2) используется выражение первого дифференциала через производную и приращение (время t – независимая, координата $x = x(t)$ – зависимая переменная). Само равенство (2) понимается как простейшее дифференциальное уравнение с разделенными переменными u, v. Интегрируя его, имеем

$$\frac{mv^2}{2} + u = \mathrm{const}. \qquad (3)$$

Равенство (3) выражает закон сохранения энергии в рассмотренном простейшем случае механического движения. Равенство (3) получается из равенства (1) применением свойств дифференциала и дальнейшим интегрированием; в свою очередь, равенство (1) можно получить, дифференцируя равенство (3). Заметим, что интеграл $\int 2vdv$, совпадающий с точностью до постоянного слагаемого с удвоенной кинетической энергией (при $m = 1$), назывался в старину интегралом «живой силы», «живой силой» называли в XVIII в. саму кинетическую энергию (например, [21]).

Рассмотрим теперь дифференциальное уравнение вида

$$y'' = h(y). \qquad (4)$$

Оно представляет собой частный случай обыкновенного дифференциального уравнения порядка $n > 1$, которое не содержит в явном виде независимую переменную (будем в дальнейшем обозначать ее t, хотя в учебниках по дифференциальным уравнениям чаще пишут x). В отличие от физической задачи здесь производные по переменной t обозначены штрихами. Чтобы понизить порядок дифференциального уравнения (4) на единицу, ищут функции $v = v(x)$ такие, что для решений $y = y(t)$ уравнения (4) верно $v(y(t)) = y'(t)$ на промежутке существования решения. В уравнении (4) делают замену искомой функции на $v(y)$, а независимой переменной – на y. Этот метод (для уравнений порядка $n > 1$) описан, например, в [22]. Применяя его к уравнению вида (4), получаем

$$\frac{d}{dt}(v(y)) = y'' \Rightarrow v'(y)\cdot y' = y'' \Rightarrow v'(y)\cdot v(y) = y'',$$

откуда, подставляя в (4) полученное выражение y'', получаем дифференциальное уравнение первого порядка для новой искомой функции и новой переменной:

$$vdv = h(y)dy. \qquad (5)$$

Легко видеть, что, интегрируя уравнение (5), мы получаем в его левой части почти тот же (с точностью до постоянного множителя) интеграл «живой силы», хотя, конечно, полученное уравнение может не иметь того физического смысла, о котором говорилось выше.

В [22] имеется пример нахождения общего решения дифференциального уравнения второго порядка с помощью указанного метода понижения порядка. Проиллюстрируем метод, решив задачу Коши для уравнения вида (4). Для этого бывает удобно находить константы интегрирования, используя начальные данные задачи Коши, сразу, как только эти константы появляются: одна при интегрировании уравнения (5), другая при интегрировании уравнения $y' = v(y)$, где функция $v(y)$ уже найдена. Условие разбираемого ниже примера взято из сборника [23].

Пример решения задачи по теме «Понижение порядка обыкновенного дифференциального уравнения»

Для уравнения $y''\cdot y^3 + 1 = 0$ решим задачу Коши с начальными данными $y(1) = -1$, $y'(1) = -1$.

Решение. Перепишем уравнение в виде $y'' = -\dfrac{1}{y^3}$, заметим, что решение нужно рассматривать на таком промежутке значений t, где $y(t) \neq 0$. Уравнение (5) в нашем примере имеет вид: $vdv = -\dfrac{dy}{y^3}$, интегрируя это уравнение получим $v^2 = \dfrac{1}{y^2} + C_1$. Поскольку по условию $y(1) = y'(1) = -1$, а по смыслу функции v должно выполняться $v(y(1)) = y'(1) = -1$, то, подставляя значение $t = 1$ в равенство $v^2 = \dfrac{1}{y^2} + C_1$, получаем $C_1 = 0$. Замечаем, что в точке $t = 1$ значения решения нашей задачи Коши – функции $y(t)$ и ее производной $y'(t)$ имеют одинаковый знак, поэтому и в окрестности точки $t = 1$ они должны сохранять тот же (одинаковый) знак в силу своей непрерывности. Поэтому из равенства $v^2 = \dfrac{1}{y^2}$ получаем $v = \dfrac{1}{y} \Rightarrow y' = \dfrac{1}{y}$. В полученном уравнении разделяем переменные $ydy = dt$ и после интегрирования получаем $t^2 = 2t + C_2$. (Здесь интеграл, похожий на интеграл «живой силы», возникает случайно, лишь в силу конкретного вида функции $h(y)$ в данном уравнении (5)). Подставляя в последнее полученное равенство $t = 1$ и используя начальное данное $y(1) = -1$, находим $C_2 = -1$. Получаем решение задачи Коши:

$$y(t) = -\sqrt{2t-1},\, t \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

Такие вполне выполнимые даже для студента младших курсов задания позволяют перекинуть мостик к современным задачам динамического моделирования ([13], о которой сказано во введении), основанным на дифференциальных уравнениях Гамильтона

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i};\ \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i},\ i = 1,\ldots,n.$$

Эти дифференциальные уравнения, хотя и содержат частные производные, получаются из дифференциальных уравнений движения второго порядка аналогично описанному выше способу. Разбор преобразования уравнения движения для случая прямолинейного движения с одной координатой (x) и одной проекцией скорости (v) упрощает понимание перехода к каноническим переменным – обобщенным координатам (q_i) и импульсам (p_i) (скоростям (v_i)), совокупность которых образует фазовое пространство, в котором и строятся динамические модели.

Функции Лагранжа $L(q_i,p_i)$ = К – П и Гамильтона $H(q_i,p_i)$ = К + П – это функции обобщенных координат и обобщенных импульсов (скоростей), они представляют собой разность и сумму кинетической и потенциальной энергии всех n элементов, входящих в систему. Их удобно использовать для системы, движущейся в стационарном силовом поле. Функция Гамильтона в этом случае будет равна механической энергии системы. Эти вопросы можно анализировать даже со студентами младших курсов как на лекциях, так и на практических занятиях по математике и физике.

Заключение. Выводы и методические перспективы работы

Таким образом, и в математическом рассуждении из курса физики, и при решении обыкновенных дифференциальных уравнений определенного вида используются сходные действия, основанные на простых фактах из дифференциального и интегрального исчисления. Это дает возможность провести еще одну методически оправданную параллель, позволяющую на занятиях по физике подчеркнуть пользу математического приема, а на занятиях по математике дать иллюстрацию из физики.

Такое подробное рассмотрение параллели между применением математики на занятиях по физике и содержанием практических занятий по математике можно использовать, например, при проведении факультатива по физике для студентов младших курсов технических направлений обучения. О такой форме занятий говорится во введении статьи. Также можно использовать примеры, подобные рассмотренному, как иллюстрации методических приемов на занятиях по повышению квалификации преподавателей [24].

Тем самым сделан еще один, пусть небольшой, шаг к решению проблем в преподавании физики и математики, о которых сказано выше. Решение этих проблем, очевидно, невозможно без осознанного и максимально сбалансированного сближения курсов физики и математики в образовательном процессе физических и инженерно-технических направлений обучения студентов вузов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кожевников Н.М. Эволюция курса общей физики от Хвольсона до наших дней // Физическое образование в вузах. – 2013. – Т. 19. – № 3. – С. 46–51. EDN: RBKYLB
2. Прошкин С.С. Какой математике следует обучать студентов естественно-научных специальностей // Физика в системе современного образования (ФССО–2015): Материалы XIII Международной конференции. – СПб.: Фора-принт, 2015. – Т. 2. – С. 335–338. EDN: VRQMSF
3. Мельников Ю.Б., Мельникова Н.В. О формировании разных вариантов отношения студентов - физиков к математическому результату // Физика в системе современного образования (ФССО–2015): Материалы XIII Международной конференции. – СПб.: Фора-принт, 2015. – Т. 2. – С. 333–335. EDN: VRQMRV
4. Леонова Н.А. Проблемы повышения образовательного уровня по физике у студентов технических вузов // Физико-математическое образование в современном обществе: проблемы, пути решения, перспективы развития. Материалы международной научно-практической конференции. – Псков: Псковский государственный университет, 2023. – С. 136–140. EDN: OVPJDO
5. Hansson Ö., Juter K., Redfors A. On mathematics and physics teaching in upper-secondary school // Education Sciences. – 2023 – Vol. 13. – Iss. 6. – 564. DOI: https://doi.org/10.3390/educsci13060564
6. Kapucu S. University students' conceptions of the relationship between mathematics and physics and the relationship between mathematics and physics learning // Journal of Baltic Science Education. – 2014. – Vol. 13 – № 5. – P. 622–636. DOI: 10.33225/jbse/14.13.622
7. Казаков Р.Х. Методическая система обучения классической механике в курсе общей физики педагогического вуза: дис. … д-ра пед. наук. – М., 2004. – 258 с. EDN: NMXLOL
8. Перминов В.Я. Об априорности классической механики // Вопросы философии. – 2014. – № 12. – С. 45–57. EDN: TDUTBR
9. Арнольд В.И. Математические методы классической механики. – М.: Ленард, 2024. – 416 с.
10. Алтунин К.К. Классическая механика. – М.: Директ-Медиа, 2014. – 87 с. EDN: WHZVIV
11. Демидович Б.П., Моденов В.П. Дифференциальные уравнения. – СПб: Лань, 2022. – 280 с.
12. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: МЦНМО, 2012. – 344 с.
13. Лоскутов А.Ю. Динамический хаос. Системы классической механики // Успехи физических наук. – 2007. – Т. 177. – № 9. – С. 989–1016. EDN: ICKCLL
14. Зайцев В.Ф., Линчук Л.В., Флегонтов А.В. Дифференциальные уравнения (структурная теория): учебное пособие для вузов. – СПб.: Лань, 2025. – 500 с.
15. Стецюк В.С., Литвинова Э.В. История развития классической механики // Актуальные проблемы архитектуры, строительства и энергосбережения. Сборник научных трудов. – Симферополь: НАПКС, 2012. – Вып. 4. – С. 219–224.
16. Сташевская О.В., Федотов В.В. Развитие классической и прикладной механики в России в XVIII и XIX веках // Фундаментальные основы механики. – 2019. – № 4. – С. 13–20. DOI: 10.26160/2542-0127-2019-4-13-20 EDN: XXAUYV
17. Бортковская М.Р., Степанова Т.Р. Инвариантность операторов теории поля: методические подходы в математике в свете курса физики // Физика в системе современного образования (ФССО–

2023). Материалы XVII Международной конференции. – СПб: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2023. – Т. 1. – С. 74–79. EDN: KQOZVJ

18. Леонова Н.А., Бортковская М.Р. Обыкновенные дифференциальные уравнения в курсах математики и физики: методический эффект использования межпредметных связей // Физическое образование в вузах. – 2022. – Т. 28. – № 1. – С. 169–176. DOI: 10.54965/16093143_2022_28_1_169 EDN: IMHBEB
19. Степанова Т.Р., Бортковская М.Р. Линейная алгебра в задачах кинематики: к вопросу о формировании инженерного мышления // Физика в системе современного образования (ФССО-2019). Материалы XVII Международной конференции. – СПб.: Изд-во: РГПУ им. А.И. Герцена, 2019. – С. 285-–288. EDN: AHMBLP
20. Бортковская М.Р., Леонова Н.А. Математика в задачах по физике. – СПб: Изд-во Санкт-Петерб. Политехн. Ун-та, 2023. – 196 с. EDN: EKCIQQ
21. Лукьянов Л.Г., Ширмин Г.И. Лекции по небесной механике. – Алматы: Эверо, 2009. – 277 с.
22. Аксенов А.П. Математика. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – СПб.: Изд-во СПБГПУ, 2004. – 584 с. EDN: QJPQSZ
23. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. – СПб.: Лань, 2015. – 240 с. EDN: TZDRFF
24. Сигов А.С., Сидорин В.В. Требования к инженерам в Новой Индустриализации и пути их реализации // Инженерное образование. – 2012. – № 10. – С. 80–91. EDN: RUKTZN

Поступила: 20.06.2025
Принята: 07.11.2025

UDC 372.851, 372.853
DOI: 10.54835/18102883_2025_38_17

“LIVING FORCE” INTEGRAL AND REDUCTION OF THE ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATION ORDER: METHODICAL PARALLEL BETWEEN TOPICS OF PHYSICS AND MATHEMATICS COURSES

Tatiana R. Stepanova,
Cand. Sc., Associate Professor,
stepanova_tr@spbstu.ru

Maria R. Bortkovskaya,
Cand. Sc., Associate Professor,
mbort@mail.ru

Peter the Great St Petersburg Polytechnic University,
29, Polytechnicheskaya street, St Petersburg, 195251, Russian Federation

Abstract. The paper considers the justification of the relationship between Newton’s second law and the law of conservation of energy in the simplest case, when we deal with rectilinear motion of a material point under the variable force. The mathematical demonstration of this relationship is compared with the reduction of the differential equation order, the method of solving of differential equations being studied at math classes by junior students – physicists and engineers. The preliminary analysis of modern scientific methodological publications shows the relevance of developing actual methods of linking academic disciplines. The consideration of materials taken from physics and mathematics courses allows us to create a methodical parallel useful both for physical and mathematical studying. ***Aim.*** To discover correspondence between algorithms and significations of ordinary differential equations (order reduction) and those of classic mechanics (Newton’s second law and energy conservation). After consideration in general terms the parallel between topics from physics and math courses, we show the solution of a math problem, which could illustrate the detected parallel in math classes. ***Novelty.*** The authors have built the methodical parallel between some topics from physics and math courses. This allows demonstrating linking of disciplines rarely shown practically in classes. ***Methodology and methods.*** Analysis of modern scientific methodological publications about linking physics and math courses in higher education (physical and technical study directions); creation of methodical parallel between two linked topics of physics and mathematics courses; analysis of educational examples applying our methodical idea. ***Results.*** The analysis of scientific methodological publications shows the problems in physics education noted by professors: it is difficult for students to connect in their mind math methods and their application in physics; math courses are sometimes too formal and far from physics. The paper discusses the methodological approach to solving the problems; gives the example of physics and math reasoning to show how the methodology works.

Keywords: mathematics in physics course, linking of academic disciplines, Newton’s second law, law of energy conservation, ordinary differential equation, reduction of the order of differential equation, «living force» integral

REFERENCES

1. Kozhevnikov N.M. Evolution of the general physics course from Khvolson to the present day. *Physics in higher education*, 2013, vol. 19, no. 3, pp. 46–51. (In Russ.) EDN: RBKYLB
2. Proshkin S.S. What kind of mathematics should be taught to students majoring in natural sciences. *Physics in the System of Modern Education (FSSO–2015). Proc. of the XIII International Conference. St.* Melnikov Yu.B., Melnikova N.V. On the formation of different options for the attitude of physics students to the mathematical result. *Physics in the system of modern education (FSSO–2015). Proc. of the XIII International Conference.* St Petersburg, Fora-print, 2015. Vol. 2, pp. 333–335. (In Russ.) EDN: VRQMRV
3. Leonova N.A. Problems of improving the educational level in physics, students of technical universities. *Physical and mathematical education in modern society: problems, ways of solution, development perspectives. Materials of international scientific and practical conference*. Pskov, Pskov State University Publ., 2023. pp. 136–140. (In Russ.) EDN: OVPJDO
4. Hansson Ö., Juter K., Redfors A. On mathematics and physics teaching in upper-secondary school. *Education Sciences*, 2023, vol. 13, Iss. 6, 564. DOI: https://doi.org/10.3390/educsci13060564
5. Kapucu S. University students’ conceptions of the relationship between mathematics and physics and the relationship between mathematics and physics learning. *Journal of Baltic Science Education*, 2014, vol. 13, no. 5, pp. 622–636. DOI: 10.33225/jbse/14.13.622
6. Kazakov R.Kh. *Methodological system of teaching classical mechanics in the course of general physics at a pedagogical university.* Dr. Diss. Moscow, 2004. 258 p. (In Russ.) EDN: NMXLOL

7. Perminov V.Ya. On the apriority of classical mechanics. *Voprosy filosofii*, 2014, no. 12, pp. 45–57. (In Russ.) EDN: TDUTBR
8. Arnold V.I. *Mathematical methods of classical mechanics*. Moscow, Lenard Publ., 2024. 416 p. (In Russ.)
9. Altunin K.K. *Classical mechanics*. Moscow, Direct-Media Publ., 2014. 87 p. (In Russ.) EDN: WHZVIV
10. Demidovich B.P., Modenov V.P. *Differential equations*. St Petersburg, Lan Publ., 2022. 280 p. (In Russ.)
11. Arnold V.I. *Ordinary differential equations*. Moscow, MTSNMO Publ., 2012. 344 p. (In Russ.)
12. Loskutov A. Dynamical chaos: systems of classical mechanics. *Physics-Uspekhi*, 2007, vol. 50, no. 9, pp. 939–964.
13. Zaitsev V.F., Linchuk L.V., Flegontov A.V. *Differential equations (structural theory)*. St Petersburg, Lan Publ., 2025. 500 p. (In Russ.)
14. Stetsiuk V.S., Litvinova E.V. History of the development of classical mechanics. *Actual Problems of Architecture, Construction, and Energy Saving. Collection of Scientific Papers*. Simferopol, NAPKS Publ., 2012. Iss. 4, pp. 219–224. (In Russ.)
15. Stashevskaya O.V., Fedotov V.V. Development of classical and applied mechanics in Russia in the xviii and xix centuries. *Fundamental principles of mechanics*, 2019, no 4, pp. 13–20. (In Russ.) DOI: 10.26160/2542-0127-2019-4-13-20 EDN: XXAUYV
16. Bortkovskaya M.R., Stepanova T.R. Invariance of operators of the field theory: mathematical methodical approaches in the light of physics course. *Physics in the Modern Education System (FSSO–2023). Proc. of the XVII International Conference.* St Petersburg, RGPU Publ., 2023. Vol. 1, pp. 74–79. (In Russ.) EDN: KQOZVJ
17. Leonova N.A., Bortkovskaya M.R. Ordinary differential equations in mathematics and physics courses: methodological effect of the use of interdisciplinary connections. *Physics in higher education*, 2022, vol. 28, no. 1, pp. 169–176. DOI: 10.54965/16093143_2022_28_1_169 EDN: IMHBEB
18. Stepanova T.R., Bortkovskaya M.R. Linear algebra in the kinematic problems: on the question engineering mentality formation. *Physics in the system of modern education (FSSO–2019). Proc. of the XVII International Conference.* St Petersburg, RSPU named after A.I. Herzen Publ. house, 2019. pp. 285–288. (In Russ.) EDN: AHMBLP
19. Bortkovskaya M.R., Leonova N.A. *Mathematics in physics problems*. St Petersburg, St. Petersburg Polytechnic University Publ. house, 2023. 196 p. (In Russ.) EDN: EKCIQQ
20. Lukyanov L.G., Shirmyn G.I. *Lectures on celestial mechanics*. Almaty, Evero Publ., 2009. 277 p. (In Russ.)
21. Aksenov A.P. *Mathematics. Ordinary differential equations*. St Petersburg, SPbSPU Publ. House, 2004. 584 p. (In Russ.) EDN: QJPQSZ
22. Kuznetsov L.A. *Collection of problems in higher mathematics. Typical calculations*. St Petersburg, Lan Publ., 2015. 240 p. (In Russ.) EDN: TZDRFF
23. Sigov A.S., Sidorin V.V. Requirements applied to engineers in view of modern industrialization and the ways of their fulfillment. *Engineering education*, 2012, no. 10, pp. 80–91. (In Russ.) EDN: RUKTZN

Received: 20.06.2025
Accepted: 07.11.2025